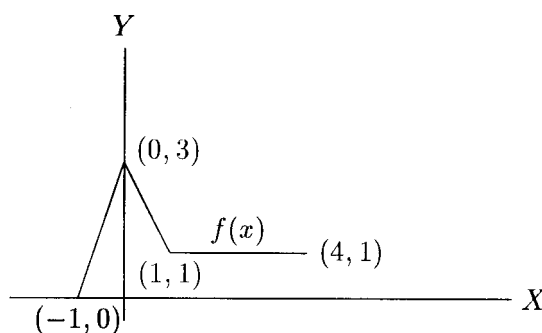


Curs 1998-99

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu).

QÜESTIONS

1. La gràfica d'una funció és la que hi ha en el dibuix següent. Quina és la gràfica de la seva funció derivada? En quins punts és discontinua la derivada?



[2 punts]

2. Considereu la recta r de l'espai d'equacions

$$\frac{x - 3}{2} = y = \frac{z + 1}{2}$$

Trobeu l'equació cartesiana del pla que conté r i que passa pel punt $P = (1, 1, 1)$ (equació cartesiana vol dir la de la forma $ax + by + cz = d$).

[2 punts]

3. Si el rang de la matriu d'un sistema de tres equacions amb tres incògnites és 2 i el de la matriu ampliada és 3, quines interpretacions geomètriques podeu donar a aquest sistema? Doneu un exemple de sistema amb aquestes característiques i la seva interpretació geomètrica. [2 punts]
4. L'angle entre els dos costats iguals d'un triangle isòsceles és de 40° i el costat desigual té una longitud de 40 centímetres. Quina és la longitud de cada un dels costats iguals d'aquest triangle? [2 punts]

PROBLEMES

1. Considereu la funció $f(x) = \frac{1}{8x - x^2}$

- Trobeu el domini de $f(x)$ i les asímptotes.
- Determineu el signe de la funció en el seu domini (determinar el signe de $f(x)$ vol dir establir per a quins valors de x es compleix $f(x) \geq 0$ i per a quins $f(x) \leq 0$).
- Trobeu-ne els intervals de creixement i decreixement i els extrems relatius.
- Feu un esquema de la gràfica de la funció.

[4 punts]

2. Donats els punts de l'espai $A = (2, 1, 0)$, $B = (0, 2, 0)$, $C = (-3, 0, 0)$ i $D = (0, -1, 0)$

- Són coplanaris? Formen un paral·lelogram?
- Calculeu l'àrea del polígon $ABCD$.
- Calculeu el punt simètric del punt $E = (1, 1, 2)$ respecte del pla que determinen A , B i C .
- Calculeu la distància entre la recta que passa per E i A i la recta que passa per B i C .

[4 punts]

Curs 1998-99

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu).

QÜESTIONS

1. Una circumferència del pla passa pels punts (1, 3) i (3, 5) i té el centre sobre la recta $x + 2y = 3$. Trobeu el centre, el radi i l'equació d'aquesta circumferència.

[2 punts]

2. Donades les rectes $r_1: \begin{cases} 4x - y - z = 0 \\ 2x + y - 2z - 1 = 0 \end{cases}$ i $r_2: x = \frac{y}{3} = z$

Calculeu l'equació del pla paral·lel a les dues rectes que passa per l'origen.

[2 punts]

3. Trobeu el valor del coeficient k de manera que l'àrea limitada per la funció $f(x) = -x^2 + k$ i l'eix d'abscisses sigui igual a 36 u^2 .

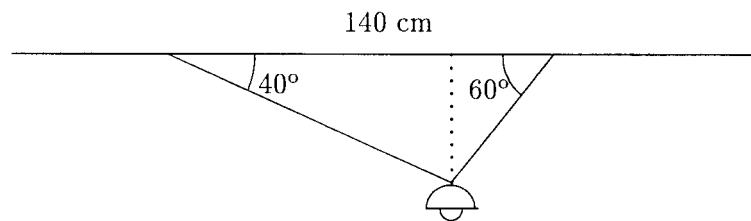
[2 punts]

4. Us situeu en un punt d'un terreny horitzontal i l'angle que forma la visual dirigida al punt més alt d'un arbre amb l'horitzontal és de 60° . Quin serà l'angle que formarà amb l'horitzontal la visual dirigida al punt més alt de l'arbre si us n'allunyeu a una distància triple de la que éreu abans?

[2 punts]

PROBLEMES

1. Trobeu l'altura i el radi de la base del cilindre de volum màxim inscrit en una esfera de radi 1. [4 punts]
2. Volem penjar un llum a una certa distància del sostre d'una habitació. Per fer-ho, agafem una corda, hi lliguem el llum i la clavem pels extrems en dos punts del sostre separats per una distància de 140 centímetres, de manera que els angles entre la corda i el sostre són de 40° i 60° a cada un dels extrems.
 - a) Quina serà la longitud total de la corda?
 - b) A quina distància del sostre quedarà el llum?



[4 punts]