

Curs 1998-99

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu).

QÜESTIONS

1. Resoleu el sistema següent per als valors de k que el facin compatible

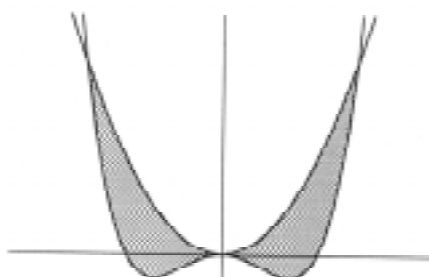
$$\left. \begin{array}{l} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 1 \\ 4x + 3y = k \end{array} \right\}$$

[2 punts]

2. Calculeu l'àrea determinada per les corbes d'equacions

$$y = x^4 - 2x^2 \quad \text{i} \quad y = 2x^2$$

representada en el dibuix següent:



[2 punts]

3. Calculeu raonadament l'expressió d'una funció $f(x)$ tal que $f'(x) = xe^{-x^2}$ i que $f(0) = 1/2$. [2 punts]
4. Des d'una certa distància, l'angle amb l'horitzontal de la visual cap al punt més alt d'un arbre és de 60° . Ens allunyem 10 metres i l'angle anterior és ara de 30° . Quina és l'alçària de l'arbre? [2 punts]

PROBLEMES

1. Donada la funció $f(x) = x - 4 + \frac{16}{x + 4}$
- Estudieu-ne la continuïtat.
 - Estudieu-ne els intervals de creixement i decreixement i els màxims i mínims locals.
 - Calculeu l'àrea limitada per la gràfica de la funció, l'eix OX i les rectes verticals $x = 0$ i $x = 2$.

[4 punts]

2. Donat el tetràedre de vèrtexs $A = (0, 0, 0)$, $B = (1, 1, 1)$, $C = (3, 0, 0)$ i $D = (0, 3, 0)$
- Calculeu l'equació del pla que conté la cara BCD i la del pla que conté la cara ACD .
 - Calculeu les equacions de dues de les altures del tetràedre, la que passa pel vèrtex A i la que passa pel vèrtex B , respectivament. (Nota: altura d'un tetràedre és la recta que passa per un vèrtex i és perpendicular al pla que determina la cara oposada.)
 - Comproveu que les dues altures anteriors es tallen en un punt P .
 - Comproveu si la recta que uneix qualsevol vèrtex del tetràedre amb P és perpendicular a la cara oposada (i és, per tant, una altura del tetràedre).

[4 punts]

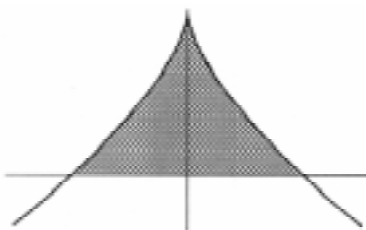
Curs 1998-99

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu).

QÜESTIONS

1. Calculeu el radi i les coordenades del centre de la circumferència que té per equació $x^2 + y^2 + 6x + 10y = -30$. [2 punts]

2. Sigui $f(x) = 1 - \sqrt[3]{x^2}$. Calculeu l'àrea de la regió que limita la gràfica de $f(x)$ i l'eix d'abscisses i que està representada en el dibuix següent:



[2 punts]

3. Des de terra veiem el terrat d'un gratacel sota un angle de 60° . Amb quin angle el veuríem des d'una distància al peu del gratacel doble de l'anterior? [2 punts]

4. Considereu les rectes $r : \frac{x-1}{2} = y = z-2$ i $s : \begin{cases} x-2z = 5 \\ x-2y = 11 \end{cases}$

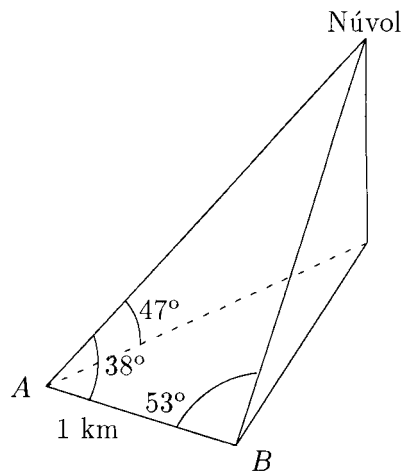
Comproveu que aquestes dues rectes són paral·leles i calculeu l'equació del pla que les conté. [2 punts]

PROBLEMES

1. Considereu la funció $y = f(x) = \frac{x^2 - x}{x + 1}$
- Feu un estudi de les seves asíptotes.
 - Calculeu els punts en què aquesta funció té extrem relatiu i digueu per a quins intervals del domini la funció és creixent.
 - Feu un esbós de la gràfica de la funció a partir de les dades obtingudes en els apartats anteriors.

[4 punts]

2. Per mesurar l'altura d'un núvol s'han fet simultàniament dues observacions des dels punts A i B distants entre si 1 quilòmetre i situats tots dos al nivell del mar. La inclinació de la visual des de A al núvol respecte a l'horitzontal és de 47° . Els angles que formen les visuals des de A i des de B amb la recta AB són, respectivament, de 38° i 53° tal com s'indica a la figura següent:



Calculeu l'altura del núvol respecte al nivell del mar.

[4 punts]