

SÈRIE 3

Avalueu cada pregunta en punts i mitjos punts, però no en altres decimals (ara bé, dins de cada pregunta podeu utilitzar altres decimals per als diferents apartats i arrodonir després la suma). Aquestes pautes no pretenen planificar tots el casos que en la pràctica es poden presentar. En els casos en què les pautes siguin de difícil aplicació, feu prevaldre sempre el vostre criteri i el sentit comú.

Qüestions

1. La matriu inversa de B és $B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ de forma que

$$X = B^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} B^{-1} = \begin{pmatrix} -6 & 20 \\ 5 & -15 \end{pmatrix}.$$

Compteu 1 punt si saben calcular B^{-1} i un altre pel càlcul de X .

2. Els plans paral·lels al pla donat són de la forma $2x - 2y + z - k = 0$. La distància del punt $P = (0, 0, 8)$ que és del pla $2x - 2y + z - 8 = 0$ a un d'aquests plans és $|k - 8| / 3$ i això dóna 6 per a $k = -10$ o $k = 26$. Compteu ja 1,5 punts si saben trobar només un d'aquests valors i deixeu el mig punt restant per als que troben els dos valors. Naturalment, dintre de cada una d'aquestes situacions, heu de matisar.

3. Els punts de tall de la gràfica de f amb l'eix d'abscisses corresponen a $x = 0$, $x = 2$ i $x = 4$. Entre 0 i 2 la funció és positiva i entre 2 i 4 és negativa. L'àrea que es demana és

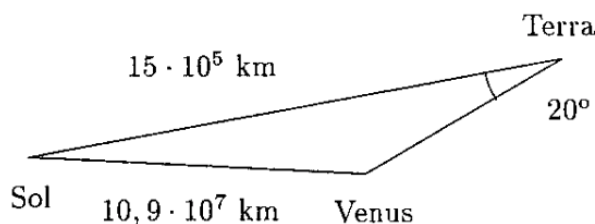
$$\int_0^2 f(x) dx - \int_2^4 f(x) dx = 8$$

Compteu ja 1 punt si saben fer la primitiva, encara que no calculin correctament l'àrea.

4. El pendent de la corba AB és $1/(e - 1)$. La recta tangent té aquest pendent en el punt d'abscisa $x = e - 1$. Matisau vosaltres mateixos el grau de correcció de les respostes.

Problemes

1. (a) Tindrem una situació com la del següent croquis:



El teorema del sinus ens dóna que l'angle Sol-Venus-Terra pot ser de $28,077791^\circ$ o de $151,9222085^\circ$. En el primer cas l'angle Terra-Sol-Venus haurà de ser de $131,9222085^\circ$ i en el segon de $8,077791411^\circ$. Aplicant un altre cop el teorema del sinus obtenim una distància de la Terra a Venus de $23,712561 \cdot 10^7 \text{ km}$ en el primer cas i de $4,4782171 \cdot 10^7 \text{ km}$ en el segon.

(b) S'ha de trobar la hipotenusa d'un triangle rectangle de catets $15 \cdot 10^7 \text{ km}$ i $10,9 \cdot 10^7 \text{ km}$. El resultat serà $18,54211422 \cdot 10^7 \text{ km}$.

En l'apartat (a) compteu ja 1,5 punts només que sàpiguen trobar una de les distàncies possibles (matiseu entre 0 i 1,5 el que faci l'alumne), i mig punt més si veuen que hi ha dues solucions. L'apartat (b) és resoldre un triangle rectangle. Recordeu que aquest apartat val 2 punts.

2. Si designem per x la distància del tram de via que va desde la perpendicular del poble A fins al lloc on es pensa posar l'estació, la longitud total de la carretera serà

$$l(x) = \sqrt{4 + x^2} + \sqrt{(x - 5)^2 + 9}$$

Aquesta funció té per derivada

$$l'(x) = \frac{x}{\sqrt{4 + x^2}} + \frac{x - 5}{\sqrt{(x - 5)^2 + 9}}$$

Que val 0 només quan $x = 2$. Per aquest valor de x la longitud de la carretera és mínima i té un valor de $5\sqrt{2}$ km.

Compteu com a correcte el problema des del moment en què trobin el punt crític $x = 2$. Compteu ja 2 punts si escriuen correctament l'equació de la longitud i calculen la derivada.