

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions: $3 \times 2 = 6$ punts. Problema: 4 punts.

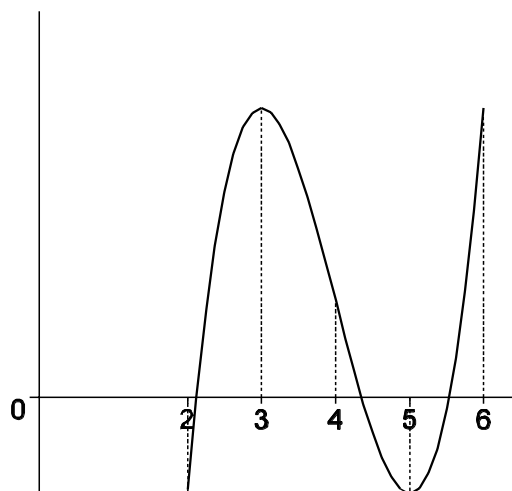
QÜESTIONS

1. Calculeu el valor de la integral següent:

$$\int_0^3 \frac{x + 1 + \sqrt{x + 1}}{x + 1} dx$$

[2 punts]

2. La gràfica següent correspon a una funció $f: [2, 6] \rightarrow \mathbb{R}$ derivable i amb derivada contínua. Feu un esbós de la gràfica de $f': (2, 6) \rightarrow \mathbb{R}$ i justifiqueu-ne el perquè.



[2 punts]

3. Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$:

- a) trobeu una matriu X tal que $A \cdot X = B$;
b) calculeu B^{100} . Raoneu la resposta.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

4. Donats els vectors $\vec{u} = (1, 2)$ i $\vec{v} = (-3, 1)$:

- a) comproveu que \vec{u} i \vec{v} formen una base de l'espai vectorial dels vectors del pla;
b) trobeu els components del vector $\vec{w} = (-1, 5)$ en la base $\{\vec{u}, \vec{v}\}$.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]



PROBLEMES

5. Considereu la funció polinòmica de tercer grau, $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$).
- Trobeu els valors de a , b , c i d per als quals $f(x)$ talla l'eix OX en els punts $x = 0$ i $x = 1$ i presenta un mínim relatiu en el punt $x = 0$.
 - Feu un esbós de la gràfica de la funció que heu trobat, i acabeu de calcular els elements necessaris per dibuixar-la.

[Puntuació: apartat a) 2 punts; apartat b) 2 punts. Total: 4 punts]

6. Considereu les rectes

$$r: \frac{x-2}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2} \quad \text{i} \quad s: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -1 - 4t \\ z = 5 + t \end{cases}$$

- Estudieu la seva posició relativa.
- Trobeu l'equació del pla que conté s i és paral·lel a r .
- Calculeu la distància entre r i s .

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1,5 punts; apartat c) 1,5 punts. Total: 4 punts]