

Curs 1998-99

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu).

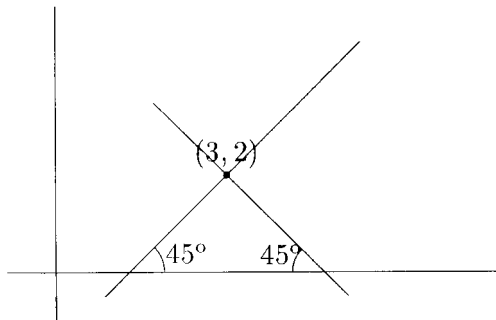
### QÜESTIONS

1. Considereu el sistema d'equacions lineals

$$\left. \begin{array}{l} ax - y = 2 - a \\ 2x - (a + 1)y = 2 \end{array} \right\}$$

on  $a$  és un paràmetre. Per a quins valors de  $a$  el sistema és compatible i determinat? Per a quins valors és compatible i indeterminat? Per a quins valors és incompatible? [2 punts]

2. Escriviu l'equació de les dues rectes que passen pel punt  $(3, 2)$  i formen un angle de  $45^\circ$  amb l'eix de les  $x$  tal com s'indica en el dibuix següent:



[2 punts]

3. Dibuixeu la regió del pla formada pels punts  $(x, y)$  que compleixen les desigualtats següents:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 2 \\ 2x + y \geq 1 \end{array} \right\}$$

(Expliqueu detalladament per què el dibuix que heu fet correspon a la regió demanada.) [2 punts]

4. a) Dibuixeu la gràfica de la funció  $y = -x^2 + 5x - 6$ .  
b) Calculeu l'àrea del recinte limitat per la gràfica de la funció anterior i l'eix de les  $x$ . [2 punts]

## PROBLEMES

1. Es deixa caure una bola de goma des d'una altura de 243 metres. Cada vegada que toca a terra rebota i recorre cap amunt una distància igual a les dues terceres parts de l'altura des de la qual ha caigut l'última vegada.

- a) De quina altura ha caigut la bola quan ha tocat a terra per sisena vegada?
- b) Quina distància ha recorregut des que s'ha deixat caure fins que ha tocat a terra per sisena vegada?

[4 punts]

2. Considereu la funció

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 1}$$

Trobeu el domini de definició, els punts de tall amb els eixos, les possibles asímptotes, els intervals de creixement i decreixement, així com els possibles màxims i mínims. Feu després un esquema senzill de la gràfica d'aquesta funció.

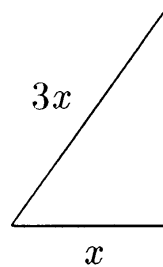
[4 punts]

Curs 1998-99

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu).

## QÜESTIONS

1. La hipotenusa d'un triangle rectangle és el triple que un catet. Busqueu el valor dels angles d'aquest triangle i la relació entre la hipotenusa i l'altre catet.



(Useu calculadora per a les raons trigonomètriques. Si no, podeu deixar les operacions indicades.) [2 punts]

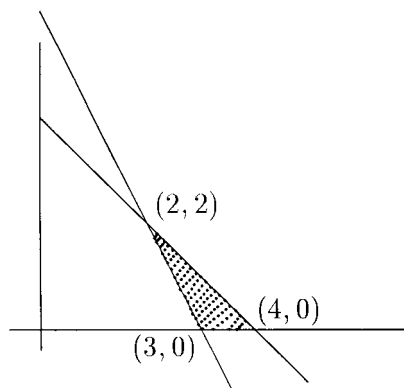
2. Digueu raonadament quin és l'interval de creixement de la funció

$$y = \frac{x}{x^2 + 1}$$

[2 punts]

3. Una màquina d'una fàbrica perd cada any un 20% del seu valor. Quan la van comprar va valer 40 milions de pessetes. Per quan es valorarà al cap de 10 anys de funcionament? [2 punts]

4. a) Escriviu l'equació de les tres rectes del pla que limiten la regió puntejada del dibuix.  
b) Escriviu les tres desigualtats que determinen aquesta regió.



[2 punts]

## PROBLEMES

1. Una empresa que fabrica un determinat producte ha observat experimentalment que la venda de  $x$  milers d'unitats diàries d'aquest producte li produeix uns ingressos en milions de pessetes donats per la funció següent:

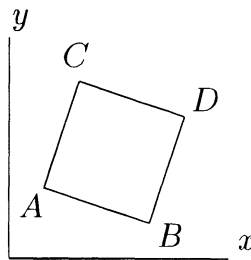
$$I(x) = -\frac{11}{54}x^2 + \frac{235}{108}x - \frac{28}{27} \quad 2 \leq x \leq 5$$

Així mateix el cost de fabricació de  $x$  milers d'unitats diàries del producte el dona (també en milions de pessetes) la funció

$$C(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad 2 \leq x \leq 5$$

Determineu quants milers d'unitats hauria de fabricar d'aquest producte per obtenir un benefici màxim. [4 punts]

2. Els punts  $A = (1, 2)$  i  $D = (5, 4)$  representen els vèrtexs oposats d'un quadrat, tal com s'indica a la figura.



- Calculeu el punt mitjà  $M$  de la diagonal  $AD$  del quadrat ( $M$  serà el centre del quadrat).
- Escriviu l'equació de la recta que passa per  $M$  i és perpendicular a la diagonal  $AD$  (aquesta recta serà l'altra diagonal del quadrat).
- Calculeu les coordenades dels altres dos vèrtexs  $B$  i  $C$  del quadrat.

[4 punts]