

Exercicis d'integrals definides

Sumes de Riemann

1. Troba una aproximació a l'àrea sota la corba de la funció $f(x) = 6x - x^2$ en l'interval $[0, 3]$ dividint l'interval en sis subintervalls d'igual longitud i fent servir la suma de Riemann esquerra.
2. Troba una aproximació a l'àrea sota la corba de la funció $f(x) = 2x^2 - x^3$ en l'interval $[0, 2]$ dividint l'interval en cinc subintervalls d'igual longitud i fent servir la suma de Riemann trapezial.

Integrals definides

3. Calcula les integrals definides següents:

a) $\int_1^2 x^2 dx$ b) $\int_0^9 \sqrt{x} dx$ c) $\int_{-2}^7 \frac{dx}{x+5}$ d) $\int_1^5 (x^3 + 2x) dx$
e) $\int_0^{\pi/2} \sin(3x) dx$ f) $\int_1^2 e^{3x} dx$ g) $\int_0^1 (e^x - e^{-x}) dx$ h) $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$

4. Calcula les integrals definides següents:

a) $\int_0^{\pi/2} (x+3) \cdot \cos x dx$ b) $\int_1^2 x \cdot \ln x dx$
c) $\int_0^{\pi/2} e^{4x} \cdot \cos(3x) dx$ d) $\int_0^1 \arctan x dx$

5. Calcula les integrals definides següents:

a) $\int_2^3 \frac{x+5}{x^3-x} dx$ b) $\int_0^2 \frac{9x}{x^3+3x^2+3x+1} dx$

6. Calcula les següents integrals definides fent el canvi de variable indicat:

a) $\int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx$ amb el canvi $x = 2\sin t$
b) $\int_0^{\pi^2} \sin \sqrt{x} dx$ amb el canvi $t = \sqrt{x}$

7. Calcula les integrals definides següents:

a) $\int_0^3 (\sqrt{3} - \sqrt{x})^4 dx$

b) $\int_1^4 \frac{x}{(x+2)^2} dx$

c) $\int_0^1 (x^2 + x) \cdot e^x dx$

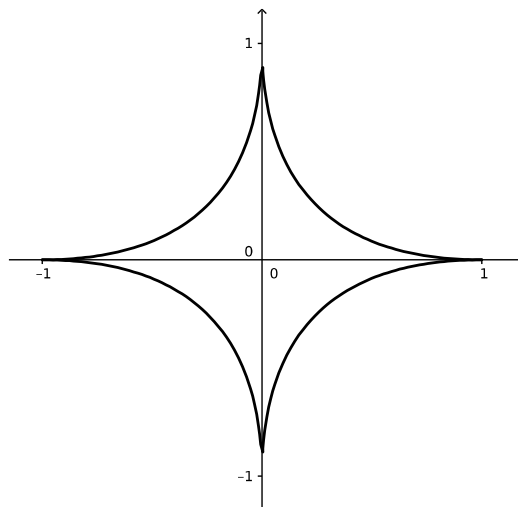
Càlcul d'àrees

8. Troba l'àrea delimitada per la recta $x + 2y = 12$, l'eix OX i les rectes $x = 2$ i $x = 10$.

9. Troba l'àrea de la regió delimitada per la corba de la funció $f(x) = x^2 - 5x$, les rectes $x = 1$ i $x = 4$ i l'eix OX .

10. Troba l'àrea compresa entre les funcions $f(x) = x^2$ i $g(x) = -x^2 + 4x$.

11. Troba l'àrea de la corba definida per $|x|^{1/2} + |y|^{1/2} = 1$



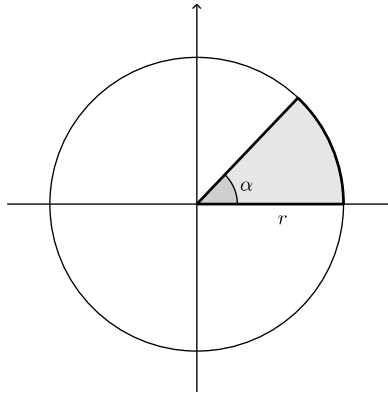
12. Troba l'àrea delimitada per les gràfiques de les funcions $f(x) = x^2 - 4x + 4$ i $g(x) = 3$.

Càlcul de volums de cossos de revolució

13. Troba el volum del sòlid de revolució generat al girar entorn de l'eix OX l'arc de paràbola associat a la funció $f(x) = x^2 - 1$ contingut entre els dos punts de tall amb l'eix OX .

14. Calcula el volum del cos revolució generat al girar entorn de l'eix OX la regió delimitada per les funcions $f(x) = \sin x$ i $g(x) = \cos x$ i les rectes $x = 0$ i $x = \frac{\pi}{4}$.

15. Troba el volum d'un sector esfèric generat per un sector circular de radi r i angle α quan gira al voltant d'un dels radis que el limiten.



Solucions d'integrals definides

1. 15,625

2. 1,28

3. a) $\frac{7}{3}$ b) 18 c) $\ln 4$ d) 180 e) $\frac{1}{3}$ f) $\frac{e^6 - e^3}{3}$ g) $\frac{(e-1)^2}{e}$ h) $\frac{\pi}{4}$

4. a) $\frac{\pi}{2} + 2$ b) $2\ln 2 - \frac{3}{4}$ c) $\frac{-3e^{2\pi} - 4}{25}$ d) $\frac{\pi - 2\ln 2}{4}$

5. a) $12\ln 2 - 7\ln 3$ b) 2

6. a) $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ b) 2π

7. a) $\frac{9}{5}$ b) $\ln 2 - \frac{1}{3}$ c) $e - 1$

8. $24u^2$

9. $\frac{33}{2}u^2$

10. $\frac{8}{3}u^2$

11. $\frac{2}{3}u^2$

12. $A = 4\sqrt{3}u^2$

13. $V = \frac{16}{15}\pi u^3$

14. $V = \frac{\pi}{2}u^3$

15. $V = \frac{2\pi r^3(1 - \cos\alpha)}{3}u^3$