

Exercicis de límits i continuïtat de funcions

1. Calcula el límit quan x tendeix a -1 , 0 i 1 de la funció:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x} & \text{si } x < 1 \\ 2-x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

2. Calculeu el valor del paràmetre λ perquè la següent funció sigui contínua en $x=1$.

$$f(x) = \begin{cases} 2x + \lambda & \text{si } x < 1 \\ x^2 - \lambda x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

3. Estudia la continuïtat de les següents funcions:

a) $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2}$

b) $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 2x + 4}$

c) $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x+2} & \text{si } x < 0 \\ \frac{x}{x^2-4} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x-2} & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{x-7}{x+1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

Solucions

1. a) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0$ b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \pm \infty$ c) $\nexists \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

2. $\lambda = -\frac{1}{2}$

3. a) $f(x)$ té una discontinuïtat evitable en $x = 1$ i una discontinuïtat asimptòtica en $x = 1$. A la resta de punts és contínua.
b) $f(x)$ és contínua.
c) $f(x)$ té dues discontinuïtats asimptòtiques en $x = -2$ i en $x = 1$. També té una discontinuïtat de salt en $x = 0$. A la resta de punts és contínua.
d) $f(x)$ és contínua.