CÀLCUL DE LÍMITS (resolució)

1. Calcula els següents límits, indicant que passa quan $x \to +\infty$, $x \to -\infty$ i $x \to \infty$:

a) $\lim_{x \to \infty} x^2 =$

b) $\lim_{x \to \infty} x^5 =$

c) $\lim_{x \to \infty} x^{-3} =$

d) $\lim_{x \to \infty} x^{-4} =$

e) $\lim_{x \to \infty} \sqrt{x} =$

f) $\lim_{x \to \infty} \sqrt[3]{x} =$

---

a) $\lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$ $\quad \lim_{x \to -\infty} x^2 = +\infty$ $\quad \lim_{x \to \infty} x^2 = +\infty$

b) $\lim_{x \to +\infty} x^5 = +\infty$ $\quad \lim_{x \to -\infty} x^5 = -\infty$ $\quad \lim_{x \to \infty} x^5 = \infty$

c) $\lim_{x \to +\infty} x^{-3} = 0$ $\quad \lim_{x \to -\infty} x^{-3} = 0$ $\quad \lim_{x \to \infty} x^{-3} = 0$

d) $\lim_{x \to +\infty} x^{-4} = 0$ $\quad \lim_{x \to -\infty} x^{-4} = 0$ $\quad \lim_{x \to \infty} x^{-4} = 0$

e) $\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$ $\quad \nexists \lim_{x \to -\infty} \sqrt{x}$ $\quad \nexists \lim_{x \to \infty} \sqrt{x}$

f) $\lim_{x \to +\infty} \sqrt[3]{x} = +\infty$ $\quad \lim_{x \to -\infty} \sqrt[3]{x} = -\infty$ $\quad \lim_{x \to \infty} \sqrt[3]{x} = \infty$

2. Calcula els següents límits, indicant que passa quan $x \to +\infty$, $x \to -\infty$ i $x \to \infty$:

a) $\lim_{x \to \infty} 1{,}2^x =$

b) $\lim_{x \to \infty} -1{,}2^x =$

c) $\lim_{x \to \infty} 0.7^x =$

d) $\lim_{x \to \infty} -0.7^x =$

e) $\lim_{x \to \infty} 3^x =$

f) $\lim_{x \to \infty} 3^{-x} =$

---

a) $\lim_{x \to +\infty} 1{,}2^x = +\infty$ $\quad \lim_{x \to -\infty} 1{,}2^x = 0$ $\quad \nexists \lim_{x \to \infty} 1{,}2^x$

b) $\lim_{x \to +\infty} -1{,}2^x = -\infty$ $\quad \lim_{x \to -\infty} -1{,}2^x = 0$ $\quad \nexists \lim_{x \to \infty} -1{,}2^x$

c) $\lim_{x \to +\infty} 0.7^x = 0$ $\quad \lim_{x \to -\infty} 0.7^x = +\infty$ $\quad \nexists \lim_{x \to \infty} 0.7^x$

d) $\lim_{x \to -\infty} 0.7^x = 0$ $\quad \lim_{x \to -\infty} -0.7^x = -\infty$ $\quad \nexists \lim_{x \to \infty} -0.7^x$

e) $\lim_{x \to +\infty} 3^x = +\infty$ $\quad \lim_{x \to -\infty} 3^x = 0$ $\quad \nexists \lim_{x \to \infty} 3^x$

f) $\lim_{x \to +\infty} 3^{-x} = 0$ $\quad \lim_{x \to -\infty} 3^{-x} = +\infty$ $\quad \nexists \lim_{x \to \infty} 3^{-x}$

3. Calcula els següents límits:

a) $\lim_{x \to 0} \log_2 x =$

b) $\lim_{x \to 1} \log_2 x =$

c) $\lim_{x \to -\infty} \log_2 x =$

d) $\lim_{x \to +\infty} \log_2 x =$

e) $\lim_{x \to 0} \log_{0,5} x =$

f) $\lim_{x \to 1} \log_{0,5} x =$

g) $\lim_{x \to -\infty} \log_{0,5} x =$

h) $\lim_{x \to +\infty} \log_{0,5} x =$

i) $\lim_{x \to -\infty} \log_2(-x) =$

j) $\lim_{x \to +\infty} \log_2(-x) =$

k) $\lim_{x \to -\infty} \log_2 x^2 =$

l) $\lim_{x \to +\infty} \log_2 x^2 =$

---

a) $\nexists \lim_{x \to 0^-} \log_2 x$ $\quad \lim_{x \to 0^+} \log_2 x = -\infty$ $\quad \nexists \lim_{x \to 0} \log_2 x$

b) $\lim_{x \to 1} \log_2 x = 0$

c) $\nexists \lim_{x \to -\infty} \log_2 x =$

d) $\lim_{x \to +\infty} \log_2 x = +\infty$

e) $\nexists \lim_{x \to 0^-} \log_{0,5} x$ $\quad \lim_{x \to 0^+} \log_{0.5} x = +\infty$ $\quad \nexists \lim_{x \to 0} \log_{0.5} x$

f) $\lim_{x \to 1} \log_{0,5} x = 0$

g) $\nexists \lim_{x \to -\infty} \log_{0,5} x$

h) $\lim_{x \to +\infty} \log_{0,5} x = -\infty$

i) $\lim_{x \to -\infty} \log_2(-x) = +\infty$

j) $\nexists \lim_{x \to +\infty} \log_2(-x)$

k) $\lim_{x \to -\infty} \log_2 x^2 = +\infty$

l) $\lim_{x \to +\infty} \log_2 x^2 = +\infty$

4. Calcula els següents límits, indicant, si cal, el que passa quan $x \to +\infty$, $x \to -\infty$ i $x \to \infty$:

a) $\lim_{x\to\infty}(x^5 - x^3) =$

b) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^5} - x^3) =$

c) $\lim_{x\to\infty}(x^5 - e^x) =$

d) $\lim_{x\to\infty}(2^x - e^x) =$

e) $\lim_{x\to\infty}(x^2 - \log_2 x) =$

f) $\lim_{x\to\infty}(e^x - \log_2 x) =$

g) $\lim_{x\to\infty}(\ln x - \log_2 x) =$

h) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}) =$

i) $\lim_{x\to\infty}(x^4 - 2^x + e^x - x^{-2}) =$

---

a) $\lim_{x\to\pm\infty}(x^5 - x^3) = \lim_{x\to\pm\infty}(x^5) = \pm\infty$, $\quad \lim_{x\to\infty}(x^5 - x^3) = \infty$

b) $\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^5} - x^3) = \lim_{x\to+\infty}(-x^3) = -\infty$, $\quad \nexists \lim_{x\to-\infty}(\sqrt{x^5} - x^3)$, $\quad \nexists \lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^5} - x^3)$

c) $\lim_{x\to+\infty}(x^5 - e^x) = \lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$,

$\lim_{x\to-\infty}(x^5 - e^x) = \lim_{x\to-\infty} x^5 = -\infty$,

$\lim_{x\to\infty}(x^5 - e^x) = \infty$

d) $\lim_{x\to+\infty}(2^x - e^x) = \lim_{x\to+\infty}(-e^x) = +\infty$, $\quad \lim_{x\to-\infty}(x^5 - e^x) = \lim_{x\to-\infty} 2^x = 0$, $\quad \nexists \lim_{x\to\infty}(x^5 - e^x)$

e) $\lim_{x\to+\infty}(x^2 - \log_2 x) = \lim_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$, $\quad \nexists \lim_{x\to-\infty}(x^2 - \log_2 x)$, $\quad \nexists \lim_{x\to\infty}(x^2 - \log_2 x)$

f) $\lim_{x\to+\infty}(e^x - \log_2 x) = \lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$, $\quad \nexists \lim_{x\to-\infty}(e^x - \log_2 x)$, $\quad \nexists \lim_{x\to\infty}(e^x - \log_2 x)$

g) $\lim_{x\to+\infty}(\ln x - \log_2 x) = \lim_{x\to+\infty}(\ln x) = +\infty$, $\quad \nexists \lim_{x\to-\infty}(\ln x - \log_2 x)$, $\quad \nexists \lim_{x\to\infty}(\ln x - \log_2 x)$

h) $\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}) = \lim_{x\to+\infty}\sqrt{x} = +\infty$, $\quad \nexists \lim_{x\to-\infty}(\sqrt{x} - \sqrt[3]{x})$, $\quad \nexists \lim_{x\to\infty}(\sqrt{x} - \sqrt[3]{x})$

i) $\lim_{x\to+\infty}(x^4 - 2^x + e^x - x^{-2}) = \lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$,

$\lim_{x\to-\infty}(x^4 - 2^x + e^x - x^{-2}) = \lim_{x\to-\infty} x^4 = +\infty$,

$\lim_{x\to\infty}(x^4 - 2^x + e^x - x^{-2}) = +\infty$

5. Calcula els següents límits:

a) $\lim_{x \to +\infty} \frac{5+x-3x^2}{6x^2-3x^3} =$

b) $\lim_{x \to -\infty} \frac{x^2-3x}{5x^2+4} =$

c) $\lim_{x \to \infty} \frac{4x-5x^3}{6x^2-4x} =$

d) $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2-e^x}{\sqrt{x}+x^{12}} =$

e) $\lim_{x \to +\infty} \frac{x+e^x}{x+3^x} =$

f) $\lim_{x \to +\infty} \frac{x+\log_2 x}{x+\log_{0.5} x} =$

g) $\lim_{x \to +\infty} \frac{5^x}{\log_3(2x-3)} =$

h) $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{2x+7} =$

---

a) $\lim_{x \to +\infty} \frac{5+x-3x^2}{6x^2-3x^3} = 0$

b) $\lim_{x \to -\infty} \frac{x^2-3x}{5x^2+4} = \frac{1}{5}$

c) $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{4x-5x^3}{6x^2-4x} = \mp\infty$

d) $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2-e^x}{\sqrt{x}+x^{12}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{-e^x}{x^{12}} = -\infty$

e) $\lim_{x \to +\infty} \frac{x+e^x}{x+3^x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{3^x} = 0$

f) $\lim_{x \to +\infty} \frac{x+\log_2 x}{x+\log_{0.5} x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x}{x} = 1$

g) $\lim_{x \to +\infty} \frac{5^x}{\log_3(2x-3)} = +\infty$

h) $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{2x+7} = 0$

6. Calcula els següents límits:

a) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x-1}-x\right) =$

b) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-1}-x\right) =$

c) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-3x}-x\right) =$

d) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2+3x}\right) =$

e) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{2x^2+x}-\sqrt{x^2-1}\right) =$

f) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{9x^2+12x+7}-(3x-4)\right) =$

---

a) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x-1}-x\right) = \lim_{x\to+\infty} -x = -\infty$

b) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-1}-x\right) = +\infty-\infty$ (Indeterminació)

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-1}-x\right) = \lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2-1}-x\right)\cdot\left(\sqrt{x^2-1}+x\right)}{\sqrt{x^2-1}+x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-1-x^2}{\sqrt{x^2-1}+x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{-1}{x+x} = 0$$

c) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-3x}-x\right) = +\infty-\infty$ (Indeterminació)

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-3x}-x\right) = \lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2-3x}-x\right)\cdot\left(\sqrt{x^2-3x}+x\right)}{\sqrt{x^2-3x}+x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-3x-x^2}{\sqrt{x^2-3x}+x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{-3x}{x+x} = -\frac{3}{2}$$

d) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2+3x}\right) = +\infty-\infty$ (Indeterminació)

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2+3x}\right) = \lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2+3x}\right)\cdot\left(\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2+3x}\right)}{\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2+3x}} = \lim_{x\to+\infty}\frac{-2x}{x+x} = -1$$

e) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{2x^2+x}-\sqrt{x^2-1}\right) = \lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{2x^2}-\sqrt{x^2}\right) = \lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{2}\,x-x\right) = \lim_{x\to+\infty}\left[\left(\sqrt{2}-1\right)x\right] = +\infty$

f) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{9x^2+12x+7}-(3x-4)\right) = +\infty-\infty$ (Indeterminació)

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{9x^2+12x+7}-(3x-4)\right) = \lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{9x^2+12x+7}-(3x-4)\right)\cdot\left(\sqrt{9x^2+12x+7}+(3x-4)\right)}{\sqrt{9x^2+12x+7}+(3x-4)} =$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\frac{\left(9x^2+12x+7\right)-\left(3x-4\right)^2}{\sqrt{9x^2+12x+7}+(3x-4)} = \lim_{x\to+\infty}\frac{\left(9x^2+12x+7\right)-\left(9x^2-24x+16\right)}{\sqrt{9x^2+12x+7}+(3x-4)} = \lim_{x\to+\infty}\frac{36x-9}{3x+3x} = 6$$

7. Calcula els següents límits:

a) $\lim_{x\to 3} \frac{1+x}{2x-3} =$

b) $\lim_{x\to -1} (1-x)^2 =$

c) $\lim_{x\to 1} \sqrt{\frac{x+8}{5-x}} =$

d) $\lim_{x\to -1} \sqrt{3+2x-x^2} =$

e) $\lim_{x\to 2} \sqrt{x^2-3x-5} =$

f) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{2x^2-6x+2} =$

g) $\lim_{x\to 0} \frac{1}{x} =$

h) $\lim_{x\to -2} \frac{-3}{x+2} =$

i) $\lim_{x\to -3} \frac{x+5}{x^2+6x+9} =$

j) $\lim_{x\to -2^-} \frac{x^2}{x+2} =$

k) $\lim_{x\to 5^+} \frac{x^2+2x-3}{x-5} =$

l) $\lim_{x\to 0} \frac{x^4-3x^3+5x}{2x^2+3x} =$

m) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{2x^2-6x+4} =$

n) $\lim_{x\to 1} \frac{-x+3}{(x-1)^2} =$

---

a) $\lim_{x\to 3} \frac{1+x}{2x-3} = \frac{4}{3}$

b) $\lim_{x\to -1} (1-x)^2 = 4$

c) $\lim_{x\to 1} \sqrt{\frac{x+8}{5-x}} = \frac{3}{2}$

d) $\lim_{x\to -1^+} \sqrt{3+2x-x^2} = \lim_{x\to -1^+} \sqrt{-1\cdot(x+1)\cdot(x-3)} = \sqrt{0^+} = 0$, $\nexists \lim_{x\to -1^-} \sqrt{3+2x-x^2}$

e) $\nexists \lim_{x\to 2} \sqrt{x^2-3x-5}$

f) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{2x^2-6x+2} = \frac{0}{-2} = 0$

g) $\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$, $\lim_{x\to 0^-} \frac{1}{x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

h) $\lim_{x\to -2^-} \frac{-3}{x+2} = \frac{-3}{0^-} = +\infty$, $\lim_{x\to -2^+} \frac{-3}{x+2} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$

i) $\lim_{x\to -3} \frac{x+5}{x^2+6x+9} = \lim_{x\to -3} \frac{x+5}{(x+3)^2} = \frac{2}{0^+} = +\infty$

j) $\lim_{x\to -2^-} \frac{x^2}{x+2} = \frac{4}{0^-} = -\infty$

k) $\lim_{x\to 5^+} \frac{x^2+2x-3}{x-5} = \frac{32}{0^+} = +\infty$

l) $\lim_{x\to 0} \frac{x^4-3x^3+5x}{2x^2+3x} = \frac{0}{0}$ Indeterminació

$\lim_{x\to 0} \frac{x^4-3x^3+5x}{2x^2+3x} = \lim_{x\to 0} \frac{x(x^3-3x^2+5)}{x(2x+3)} = \lim_{x\to 0} \frac{x^3-3x^2+5}{2x+3} = \frac{5}{3}$

m) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{2x^2-6x+4} = \lim_{x\to 2} \frac{(x+2)(x-2)}{2(x-1)(x-2)} = \lim_{x\to 2} \frac{(x+2)}{2(x-1)} = 2$

n) $\lim_{x\to 1} \frac{-x+3}{(x-1)^2} = \frac{2}{0^+} = +\infty$

8. Calcula els següents límits:

a) $\lim_{x\to -1} \frac{x^2+3x+2}{x^2-2x-3} =$

b) $\lim_{x\to 6} \frac{x^2-36}{x^2-12x+36} =$

c) $\lim_{x\to -2} \frac{x^2-x-6}{x^2+6x+8} =$

d) $\lim_{x\to -2} \frac{x+2}{x^2+4x+4} =$

e) $\lim_{x\to -1} \frac{x^3+4x^2+8x+5}{x^2-1} =$

f) $\lim_{x\to 1} \frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2+3x-4} =$

g) $\lim_{x\to 2} \frac{x-\sqrt{6x-8}}{x^2-4} =$

h) $\lim_{x\to -2} \left(\frac{x+6}{x^2-4}-\frac{x+5}{x^2+2x}\right) =$

i) $\lim_{x\to 3} \left(\frac{2x+3}{x^2-9}:\frac{2x+2}{x-3}\right) =$

j) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-7x+10}{x^2-4} =$

k) $\lim_{x\to 9} \frac{9-x}{\sqrt{x}-3} =$

l) $\lim_{x\to -1} \frac{x^2+x-2}{x^2-1} =$

m) $\lim_{x\to 25} \frac{5-\sqrt{x}}{25-x} =$

n) $\lim_{x\to 0} \frac{(x+3)^3-27}{x} =$

o) $\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{\sqrt{x^2+12}-\sqrt{12}} =$

p) $\lim_{x\to 0} \left[\frac{3}{x}\cdot\left(\frac{1}{5+x}-\frac{1}{5-x}\right)\right] =$

q) $\lim_{x\to 3} \left(\frac{x}{x-3}-\frac{x^2-4x+3}{(x-3)^2}\right) =$

r) $\lim_{x\to -1} \left(\frac{15}{(x+1)(x-2)}-\frac{-x-6}{x+1}\right) =$

---

a) $\lim_{x\to -1} \frac{x^2+3x+2}{x^2-2x-3} = \frac{0}{0}$ Indeterminació

$$\lim_{x\to -1} \frac{x^2+3x+2}{x^2-2x-3} = \lim_{x\to -1} \frac{(x+1)(x+2)}{(x+1)(x-3)} = \lim_{x\to -1} \frac{x+2}{x-3} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$$

b) $\lim_{x\to 6} \frac{x^2-36}{x^2-12x+36} = \frac{0}{0}$ Indeterminació

$$\lim_{x\to 6^-} \frac{x^2-36}{x^2-12x+36} = \lim_{x\to 6^-} \frac{(x-6)(x+6)}{(x-6)^2} = \lim_{x\to 6^-} \frac{x+6}{x-6} = \frac{12}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x\to 6^+} \frac{x^2-36}{x^2-12x+36} = \lim_{x\to 6^+} \frac{(x-6)(x+6)}{(x-6)^2} = \lim_{x\to 6^+} \frac{x+6}{x-6} = \frac{12}{0^+} = +\infty$$

c) $\lim\limits_{x\to -2} \frac{x^2-x-6}{x^2+6x+8} = \frac{0}{0}$ Indeterminació

$$\lim_{x\to -2} \frac{x^2-x-6}{x^2+6x+8} = \lim_{x\to -2} \frac{(x+2)(x-3)}{(x+2)(x+4)} = \lim_{x\to -2} \frac{x-3}{x+4} = -\frac{5}{2}$$

d) $\lim\limits_{x\to -2} \frac{x+2}{x^2+4x+4} = \frac{0}{0}$ Indeterminació

$$\lim_{x\to -2^-} \frac{x+2}{x^2+4x+4} = \lim_{x\to -2^-} \frac{x+2}{(x+2)^2} = \lim_{x\to -2^-} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x\to -2^+} \frac{x+2}{x^2+4x+4} = \lim_{x\to -2^+} \frac{x+2}{(x+2)^2} = \lim_{x\to -2^+} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{0^-} = +\infty$$

e) $\lim\limits_{x\to -1} \frac{x^3+4x^2+8x+5}{x^2-1} = \frac{0}{0}$ Indeterminació

$$\lim_{x\to -1} \frac{x^3+4x^2+8x+5}{x^2-1} = \lim_{x\to -1} \frac{(x+1)(x^2+3x+5)}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x\to -1} \frac{x^2+3x+5}{x-1} = -\frac{3}{2}$$

f) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2+3x-4} = \frac{0}{0}$ Indeterminació

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2+3x-4} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x^2+3x+2)}{(x-1)(x+4)} = \lim_{x\to 1} \frac{x^2+3x+2}{x+4} = \frac{6}{5}$$

g) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x-\sqrt{6x-8}}{x^2-4} = \frac{0}{0}$ Indeterminació

$$\lim_{x\to 2} \frac{x-\sqrt{6x-8}}{x^2-4} = \lim_{x\to 2} \left(\frac{x-\sqrt{6x-8}}{x^2-4} \cdot \frac{x+\sqrt{6x-8}}{x+\sqrt{6x-8}} \right) = \lim_{x\to 2} \frac{x^2-6x+8}{(x^2-4)(x+\sqrt{6x-8})} =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(x-4)}{(x-2)(x+2)(x+\sqrt{6x-8})} = \lim_{x\to 2} \frac{x-4}{(x+2)(x+\sqrt{6x-8})} = \frac{-2}{4\cdot 4} = -\frac{1}{8}$$

h) $\lim\limits_{x\to -2^\pm} \left(\frac{x+6}{x^2-4} - \frac{x+5}{x^2+2x} \right) = \lim\limits_{x\to -2^\pm} \frac{x(x+6)-(x+5)(x-2)}{x(x-2)(x+2)} = \lim\limits_{x\to -2^\pm} \frac{3x+10}{x(x-2)(x+2)} = \pm\infty$

i) $\lim\limits_{x\to 3} \left(\frac{2x+3}{x^2-9} : \frac{2x+2}{x-3} \right) = \infty : \infty$ Indeterminació

$$\lim_{x\to 3} \left(\frac{2x+3}{x^2-9} : \frac{2x+2}{x-3} \right) = \lim_{x\to 3} \frac{(2x+3)(x-3)}{(x+3)(x-3)(2x+2)} = \lim_{x\to 3} \frac{2x+3}{(x+3)(2x+2)} = \frac{9}{6\cdot 8} = \frac{3}{16}$$

j) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2-7x+10}{x^2-4} = \lim\limits_{x\to 2} \frac{(x-2)(x-5)}{(x-2)(x+2)} = \lim\limits_{x\to 2} \frac{x-5}{x+2} = -\frac{3}{4}$

k) $\lim_{x\to 9}\frac{9-x}{\sqrt{x}-3} = \lim_{x\to 9}\frac{9-x}{\sqrt{x}-3}\cdot\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3} = \lim_{x\to 9}\frac{-1\cdot(x-9)\cdot(\sqrt{x}+3)}{x-9} = -6$

l) $\lim_{x\to -1}\frac{x^2+x-2}{x^2-1} = \frac{-2}{0} = \infty$

$\lim_{x\to -1^-}\frac{x^2+x-2}{x^2-1} = \lim_{x\to -1^-}\frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x\to -1^-}\frac{x+2}{x+1} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

$\lim_{x\to -1^+}\frac{x^2+x-2}{x^2-1} = \lim_{x\to -1^+}\frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x\to -1^+}\frac{x+2}{x+1} = \frac{1}{0^-} = +\infty$

m) $\lim_{x\to 25}\frac{5-\sqrt{x}}{25-x} = \lim_{x\to 25}\frac{(5-\sqrt{x})\cdot(5+\sqrt{x})}{(25-x)\cdot(5+\sqrt{x})} = \lim_{x\to 25}\frac{25-x}{(25-x)\cdot(5+\sqrt{x})} = \lim_{x\to 25}\frac{1}{5+\sqrt{x}} = \frac{1}{10}$

n) $\lim_{x\to 0}\frac{(x+3)^3-27}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{(x^3+9x^2+27x+27)-27}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{x^3+9x^2+27x}{x} = \lim_{x\to 0}(x^2+9x+27) = 27$

o) $\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{\sqrt{x^2+12}-\sqrt{12}} = \lim_{x\to 0}\frac{x^2\cdot(\sqrt{x^2+12}+\sqrt{12})}{(\sqrt{x^2+12}-\sqrt{12})\cdot(\sqrt{x^2+12}+\sqrt{12})} =$

$= \lim_{x\to 0}\frac{x^2\cdot(\sqrt{x^2+12}+\sqrt{12})}{x^2+12-12} = \lim_{x\to 0}(\sqrt{x^2+12}+\sqrt{12}) = 2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$

p) $\lim_{x\to 0}\left[\frac{3}{x}\cdot\left(\frac{1}{5+x}-\frac{1}{5-x}\right)\right] = \lim_{x\to 0}\left[\frac{3}{x}\cdot\frac{(5-x)-(5+x)}{(5-x)\cdot(5+x)}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{-6x}{x\cdot(5-x)\cdot(5+x)} =$

$= \lim_{x\to 0}\frac{-6}{(5-x)\cdot(5+x)} = -\frac{6}{25}$

q) $\lim_{x\to 3^-}\left(\frac{x}{x-3}-\frac{x^2-4x+3}{(x-3)^2}\right) = \lim_{x\to 3^-}\left(\frac{x}{x-3}-\frac{(x-1)(x-3)}{(x-3)^2}\right) = \lim_{x\to 3^-}\left(\frac{x}{x-3}-\frac{x-1}{x-3}\right) = \lim_{x\to 3^-}\frac{1}{x-3} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

$\lim_{x\to 3^+}\left(\frac{x}{x-3}-\frac{x^2-4x+3}{(x-3)^2}\right) = \lim_{x\to 3^+}\frac{1}{x-3} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

r) $\lim_{x\to -1}\left(\frac{15}{(x+1)(x-2)}-\frac{-x-6}{x+1}\right) = \lim_{x\to -1}\left(\frac{15}{(x+1)(x-2)}+\frac{(x+6)(x-2)}{(x+1)(x-2)}\right) = \lim_{x\to -1}\frac{15+x^2+4x-12}{(x+1)(x-2)} =$

$= \lim_{x\to -1}\frac{x^2+4x+3}{(x+1)(x-2)} = \lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(x+3)}{(x+1)(x-2)} = \lim_{x\to -1}\frac{x+3}{x-2} = -\frac{2}{3}$

9. Calcula els següents límits:

a) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x-2}{3x+3}\right)^{x+1} =$

b) $\lim_{x\to-\infty}\left(1-\frac{3}{2}x\right)^{1-2x} =$

c) $\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} =$

d) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x^2+1}{x+2x^2}\right)^{\frac{x}{4}} =$

e) $\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^2-4}{4x-8}\right)^{\frac{1}{x^2-4x+4}} =$

f) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{x-1}-\frac{3x+4}{3x+3}\right)^{2x-3} =$

---

a) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x-2}{3x+3}\right)^{x+1} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{3x-2}{3x+3}-\frac{3x+3}{3x+3}\right)^{x+1} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{-5}{3x+3}\right)^{x+1} =$

$= \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{3x+3}{-5}}\right)^{x+1} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{3x+3}{-5}}\right)^{\frac{3x+3}{-5}\cdot\frac{-5}{3x+3}\cdot(x+1)} = e^{\lim_{x\to\infty}\frac{-5x-5}{3x+3}} = e^{-\frac{5}{3}}$

b) $\lim_{x\to-\infty}\left(1-\frac{3}{2}x\right)^{1-2x} = +\infty^{+\infty} = +\infty$

c) $\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to 0}\left(1+\frac{1}{1/x}\right)^{\frac{1}{x}} = e$

d) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x^2+1}{x+2x^2}\right)^{\frac{x}{4}} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2x^2+1}{x+2x^2}-\frac{x+2x^2}{x+2x^2}\right)^{\frac{x}{4}} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{-x+1}{x+2x^2}\right)^{\frac{x}{4}} =$

$= \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{x+2x^2}{-x+1}}\right)^{\frac{x+2x^2}{-x+1}\cdot\frac{-x+1}{x+2x^2}\cdot\frac{x}{4}} = e^{\lim_{x\to\infty}\frac{-x^2+x}{x+2x^2}} = e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e}}$

e) $\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^2-4}{4x-8}\right)^{\frac{1}{x^2-4x+4}} = \lim_{x\to 2}\left(\frac{(x-2)(x+2)}{4(x-2)}\right)^{\frac{1}{(x-2)^2}} = \lim_{x\to 2}\left(\frac{x+2}{4}\right)^{\frac{1}{(x-2)^2}} = \lim_{x\to 2}\left(1+\frac{x+2}{4}-\frac{4}{4}\right)^{\frac{1}{(x-2)^2}} =$

$= \lim_{x\to 2}\left(1+\frac{x-2}{4}\right)^{\frac{1}{(x-2)^2}} = \lim_{x\to 2}\left(1+\frac{1}{\frac{4}{x-2}}\right)^{\frac{4}{x-2}\cdot\frac{1}{4(x-2)}} = e^{\lim_{x\to 2}\frac{1}{4(x-2)}} = e^0 = 1$

f) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{x-1}-\frac{3x+4}{3x+3}\right)^{2x-3} = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x^2+8x+7}{3x^2+3x}\right)^{2x-3} =$

$$= \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{3x^2+3x}{3x^2+8x+7}}\right)^{\frac{3x^2+3x}{3x^2+8x+7}\cdot\frac{3x^2+8x+7}{3x^2+3x}\cdot(2x-3)} = e^{\lim_{x\to\infty}\frac{16x^2-4x-30}{3x^2+3x}} = e^{\frac{16}{3}}$$