SÈRIE 1 MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS

Pautes de correcció

Avalueu cada pregunta en punts i mitjos punts, però no en altres decimals (ara bé, dins de cada pregunta podeu utilitzar altres decimals per als diferents apartats i arrodonir després la suma). Aquestes pautes no pretenen planificar tots els casos que en la pràctica es poden presentar. Hi haurà molts casos concrets, doncs, en què serà difícil aplicar els criteris que s'exposen a continuació. Apliqueu-los en els casos clars. En els casos en què les pautes siguin de difícil aplicació, feu prevaldre sempre el vostre criteri i el sentit comú.

Qüestions

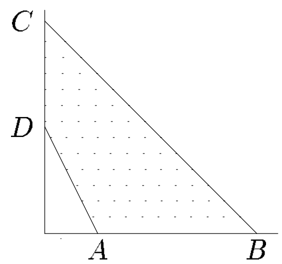
1. El determinant del sistema és $-a^2 - a + 2$, el qual s'anul·la per a $a = 1$ i $a = -2$. Per tant, per a a diferent d'aquests dos valors el sistema és compatible i determinat. Quan $a = 1$, el sistema queda format per les dues equacions $x - y = 1$ i $2x - 2y = 2$ que és clarament compatible i indeterminat. Quan $a = -2$, el sistema queda format per les dues equacions $-2x - y = 4$ i $2x + y = 2$, que és clarament incompatible. La qüestió es pot resoldre sense usar determinants, pel mètode de Gauss. Es pot fer fins i tot una resolució directa del sistema i una anàlisi posterior de les solucions en funció del paràmetre a.

   Dels 2 punts que val aquesta qüestió, compteu-ne ja un si arriben a determinar els dos valors de a per als quals el sistema és singular.

2. Òbviament les dues rectes que es demanen són $y - 2 = x - 3$ i $y - 2 = -(x - 3)$, que, tot operant, es poden escriure $y = x - 1$ i $y = -x + 5$.

   Compteu un punt per a cada recta. Dintre de cada recta, compteu ja mig punt si arriben a determinar bé el seu pendent.

3. La recta $2x + y = 1$ talla els eixos en els punts $A = (1/2\,,\,0)$ i $D = (0\,,\,1)$. La recta $x + y = 2$ talla els eixos en els punts $B = (2\,,\,0)$ i $C = (0\,,\,2)$. Aquests són els quatre vèrtexs de la regió factible.

   Els alumnes haurien de justificar d'alguna manera per què aquesta és la regió factible. Podrien dir, per exemple, que la regió $x + y \leq 2$ correspon als punts del dibuix que cauen per sota de la recta $x + y = 2$ (perquè l'origen, per exemple, compleix aquesta desigualtat), que la regió $2x + y \geq 1$ correspon als punts del dibuix que cauen per sobre de la recta $2x + y = 1$, etc. S'ha d'admetre qualsevol justificació que permeti al corrector veure que l'alumne sap dibuixar aquestes regions en general. Compteu ja un punt si dibuixen bé les dues rectes d'equacions $x + y = 2$ i $2x + y = 1$, encara que no arribin a dibuixar bé la regió. Si dibuixen bé aquesta regió, calculen bé els vèrtexs, però no justifiquen per què el seu dibuix correspon a la regió demanada, compteu 1,5 punts.

4. a) L'alumne aquí ha de dibuixar la gràfica de la paràbola $y = -x^2 + 5x - 6$, tot indicant que talla l'eix de les x per a $x = 2$ i $x = 3$.

   b) L'àrea que es demana és

$$\int_2^3 (-x^2 + 5x - 6)dx = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - 6x \right]_2^3 = 1/6$$

Compteu un punt pel dibuix ben fet (amb les interseccions $x = 2$ i $x = 3$) i un altre punt per la integral.

Problemes

1. a) Quan ha picat per primera vegada a terra ha caigut des de 243 m. Quan ha picat per segona vegada ha caigut des de $(2/3) \times 243$ m. Quan ha picat per sisena vegada haurà caigut des de $(2/3)^5 \times 243 = 32$m.

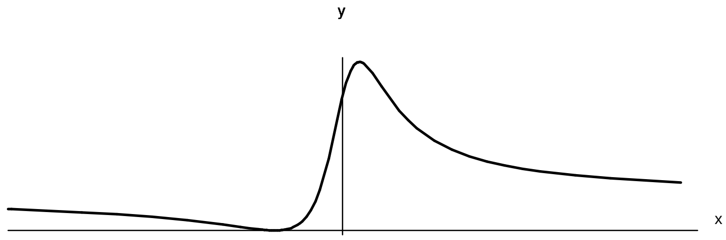
   b)

$$243 + 2 \times \left[\frac{2}{3} \times 243 + \ldots + \left(\frac{2}{3}\right)^5 \times 243 \right] = 243 + 2 \left(\frac{2}{3} + \ldots + \left(\frac{2}{3}\right)^5 \right) \times 243$$

$$= \left(1 + 2 \times \left(\frac{2}{3}\right) \frac{1 - (2/3)^5}{1 - (2/3)} \right) \times 243 = 1087 \text{ metres}$$

Compteu 2 punts per apartat. En l'apartat b) es pot fer la suma dels termes directament, sense aplicar la fórmula de la suma d'una progressió. En l'apartat a), alguns alumnes potser donaran la solució errònia $(2/3)^6 \times 243$. En l'apartat b) potser no tindran en compte el doble recorregut de pujar i baixar que fa la bola. No penalitzeu gaire aquest tipus d'errors (màxim mig punt entre tots dos).

2. El domini de definició és tot l'eix de les x perquè el denominador no s'anul·la mai. El numerador s'anul·la quan $x = -2$. Aquest serà l'únic punt en què la gràfica talla l'eix de les x. Com que $f(0) = 4$, la gràfica talla l'eix de les y per a $y = 4$. La derivada és $f'(x) = 2(-2x^2 - 3x + 2)/(x^2 + 1)^2$. El numerador s'anul·la per a $x = -2$ i $x = 1/2$. Com que $f'(0) = 4$, la derivada és positiva entre -2 i $1/2$. Aquí la funció serà creixent. Anàlogament, per a $x < -2$ la funció es decreixent i per a $x > 1/2$ també. D'aquí es dedueix que $x = -2$ correspon a un mínim i $x = 1/2$ a un màxim. Finalment la recta $y = 1$ és asímptota horitzontal.



Compteu mig punt pel domini de definició, mig punt pels punts de tall amb els eixos, 1 punt per l'asímptota, 1,5 punts pels intervals de creixement i decreixement, i pels màxims i mínims. El dibuix de la gràfica s'ha de correspondre amb l'anàlisi anterior que hagin fet. Compteu només mig punt per aquest dibuix (mentre sigui coherent amb el que hagin fet abans).