

SÈRIE 3

Avalueu cada pregunta en punts i mitjos punts, però no en altres decimals (ara bé, dins de cada pregunta podeu utilitzar altres decimals per als diferents apartats i arrodonir després la suma). Aquestes pautes no pretenen planificar tots el casos que en la pràctica es poden presentar. En els casos en què les pautes siguin de difícil aplicació, feu prevaldre sempre el vostre criteri i el sentit comú.

Qüestions

1. Si dibuixen per separat cada una de les regions $x + y \leq 1$, $3x - y \leq 3$, $x \geq 0$ i $y \geq 0$ s'adonaran que la intersecció d'aquestes quatre regions (regió factible) és el triangle de vèrtexs $(0,0)$, $(0,1)$ i $(1,0)$. Els valors de la funció z en aquests vèrtexs són respectivament 0, -1 i 1. Com que el valor mínim s'assoleix sempre en un vèrtex, el valor mínim serà -1 (que s'assoleix en el vèrtex $(0,1)$). Aquesta qüestió val 2 punts. Si saben que el valor mínim s'assoleix en un vèrtex, comteu ja 1 punt, encara que s'equivoquin en el dibuix de la regió factible.

2.

$$\int_1^4 \frac{dx}{x} = \ln 4 - \ln 1 = \ln 4.$$

Aquesta qüestió val 2 punts. Si saben que l'àrea és la integral $\int_1^4 (dx/x)$, comteu ja 1 punt, encara que s'equivoquin a l'integrar.

3. Han d'imposar que $f'(3) = 0$ i que $f(3) = 9$. Com que $f(x) = 2ax + b$, tindrem:

$$\begin{cases} f'(3) = 6a + b = 0 \\ f(3) = 9a + 3b = 9 \end{cases}$$

La solució és $a = -1$ i $b = 6$. La funció és $f(x) = -x^2 + 6x$. No es pretén pas en aquesta qüestió que els alumnes facin cap discussió sobre el fet que $f'(3) = 0$ comporta en aquest cas que f té un màxim en el punt d'abscissa $x = 3$. Aquesta qüestió val 2 punts. Comteu ja 1 punt si plantegen una qualsevol de les dues condicions $f(3) = 9$ o $f'(3) = 0$.

4. És paral·lelogram ja que $B - A = C - D = (6, 1)$. També es té $C - B = D - A = (-1, -3)$. S'ha d'admetre també com a resposta correcta un dibuix ben fet del quadrilàter que indiqui quins són els costats paral·lels. El centre és

$$\frac{A+C}{2} = \frac{B+D}{2} = \left(\frac{3}{2}, 2\right)$$

Aquesta qüestió val 2 punts. Comteu ja mig punt si mostren (encara que sigui amb un dibuix) que el quadrilàter és un paral·lelogram.

Problemes

1. a) Si portem tots els pagaments al 10 de juny de 1998, tindrem un capital (en milers de pessetes):

$$C = 250(1+i)^{-1} + 1000(1+i)^{-4} + 750(1+i)^{-6} + 500(1+i)^{-7}.$$

Si posem $x = 1/(1+i) = 1/1,06 = 0,943396$, llavors la suma $250x + 1000x^4 + 750x^6 + 500x^7$ val 1889,19. Per tant el 10 de juny de 1998 hauria de pagar 1.889.190 pessetes.

b) Si designem per i_M l'interès mesual equivalent (en tant per u), tindrem $(1 + i_M)^{12} = 1,06$. O sigui, $1 + i_M = \sqrt[12]{1,06} = 1,00487$. D'on $i_M = 0,00487$, que és un interès del 0,487%.

c) Com a l'apartat a), designem per $x = 1/(1+i) = 1/1,00487 = 0,9951536$.

LLavors, si M indica la mensualitat que ha de pagar, tindrem

$$M(x + x^2 + \dots + x^{36}) = 1.889.190$$

Com que

$$x + x^2 + \dots + x^{36} = \frac{x(1 - x^{36})}{1 - x} = 32,9475 ,$$

tindrem $M = 1.889.190/32,9475 = 57.339,40$ pessetes cada mes.

Els apartats a) i c) valen 1,5 punts cada un, i el b) val 1 punt. L'apartat b) ja és independent dels altres dos. Per resoldre c) es necessita a). Si un alumne s'equivoca a a) i fa c) correctament (amb la dada de a) equivocada), heu de comptar bé aquest apartat. En cada un dels tres apartats compteu la meitat de la nota pel planteig i l'altre meitat per la correcta resolució.

2.

a) $(a + 2, -a)$ és vector director de la primera i $(a, -1)$ és vector director de la segona (ells poden donar qualsevol múltiple escalar d'aquests vectors).

b) Per tal que siguin paral·leles, els vectors directors han de ser proporcionals. $((a + 2)/a) = (a/1)$. D'on $a = -1$ o bé $a = 2$.

c) Si imposem que el producte escalar dels dos vectors directors s'anul·li, ens queda $(a + 2)a + a = 0$. D'on $a = -3$ o bé $a = 0$.

d) Si $a = 2$ les dues rectes són $2x + 6y = 0$ i $x + 2y = 3$. La primera conté l'origen. La distància de l'origen a la segona recta és $3/\sqrt{5}$.

Cada un d'aquests apartats val 1 punt. Els heu de valorar de manera independent, com si es tractés de quatre petites qüestions. Encara que b) i c) depeguin del resultat de a), si fan bé b) i c) partint d'un resultat incorrecte de a), vosaltres els hi heu de comptar bé.