

Curs 2003-2004

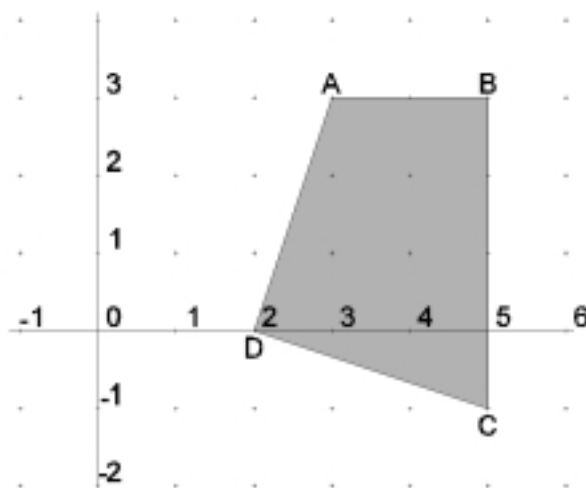
A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions: $3 \times 2 = 6$ punts. Problema: 4 punts.

QÜESTIONS

1. Sigui S la regió del pla de coordenades més grans o igual que zero i tal que els seus punts compleixen que:
 - (i) la mitjana aritmètica de les coordenades és menor o igual que 5
 - (ii) el doble de l'abscissa més l'ordenada és més gran o igual que 5
 - a) Representeu gràficament el conjunt S .
 - b) Determineu en quins punts de S la funció $f(x,y) = 2x + y$ pren el valor màxim.

Puntuació de cada apartat: 1 punt. Total: 2 punts.

2. El quadrilàter $ABCD$ és la regió solució d'un sistema d'inequacions lineals. Els costats del quadrilàter també formen part de la regió solució.



- a) Trobeu el valor màxim i el mínim de la funció $f(x,y) = x + 3y$ en aquesta regió.
- b) En quins punts de la regió solució la funció de l'apartat anterior assoleix el màxim i en quins, el mínim?

Puntuació de cada apartat: 1 punt. Total: 2 punts.



3. Sigui $f(x) = \begin{cases} e^{x-1} & \text{si } x < 1 \\ (x+a)^2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

Per a quins valors del paràmetre a la funció és contínua?

Puntuació: 2 punts.

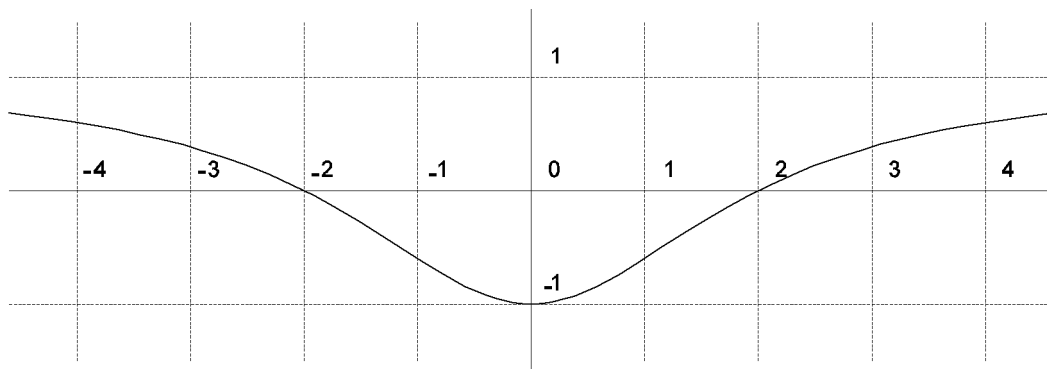
4. Observeu la gràfica següent de la funció $f(x)$ i digueu quin valor tenen (aproximadament)

a) $f(0)$

b) x si $f(x) = 0$

c) $f'(0)$

d) $f'(-2)$



Puntuació de cada apartat: 0,5 punts. Total: 2 punts.

PROBLEMES

5. La Joana i la Mercè tenien 20000 € cadascuna per invertir. Cadascuna d'elles fa la mateixa distribució dels seus diners en tres parts P, Q i R, i les porta a una entitat financera. Al cap d'un any, a la Joana li han donat un 4% d'interès per la part P, un 5% per la part Q i un 4% per la part R i a la Mercè li han donat un 5% per la part P, un 6% per la part Q i un 4% per la part R. La Joana ha rebut en total 850 € d'interessos, mentre que la Mercè n'ha rebut 950 €. De quants euros constava cadascuna de les parts P, Q i R?

Puntuació del plantejament: 2 punts; de la resolució: 2 punts. Total: 4 punts.

6. Tres germans tenen edats diferents, però sabem que la suma de les edats dels tres germans és de 37 anys, i la suma de l'edat del gran més el doble de l'edat del mitjà més el triple de l'edat del petit és de 69 anys.

- Expresseu les edats dels tres germans en funció de l'edat del germà petit.
- És possible que el germà petit tingui 5 anys? I 12 anys? Raoneu la resposta.
- Calculeu l'edat dels tres germans.

Puntuació: apartat a) 1,5 punts; apartat b) 1 punt; apartat c) 1,5 punts. Total: 4 punts.

Curs 2003-2004

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions: $3 \times 2 = 6$ punts. Problema: 4 punts.

QÜESTIONS

1. Un venedor té un salari mensual que està determinat per un sou fix més un cert percentatge sobre el volum de vendes que ha fet durant el mes. Si ven per valor de 2000 €, el seu salari és de 1200 €, i, si ven per valor de 2500 €, el salari és de 1300 €. Trobeu el percentatge que guanya sobre el total de vendes i el sou fix.

Puntuació: 2 punts.

2. En estudiar un sistema lineal dependent del paràmetre k pel mètode de Gauss, hem arribat a la matriu ampliada següent:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 8 \\ 0 & k-2 & 5 & 12 \\ 0 & 0 & k-1 & 0 \end{array} \right)$$

Discutiu el sistema en funció del paràmetre k .

Puntuació: 2 punts.

3. a) Representeu gràficament la regió de solucions del sistema d'inequacions següent:

$$\begin{cases} x \leq 4 \\ x + y \geq 2 \\ x - 2y + 4 \geq 0 \end{cases}$$

- b) Calculeu el mínim de la funció $f(x, y) = x - 2y$ en la regió solució del sistema anterior. En quins punts d'aquesta regió s'assoleix aquest mínim?

Puntuació de cada apartat: 1 punt. Total: 2 punts.



4. Decidiu si el polígon de vèrtexs consecutius $A(0,0)$, $B(5,2)$, $C(7,1)$, $D(7,6)$ i $E(0,6)$ és la regió factible d'un problema de programació lineal. Justifiqueu la resposta.

Puntuació: 2 punts. Les respostes sense raonar no puntuen.

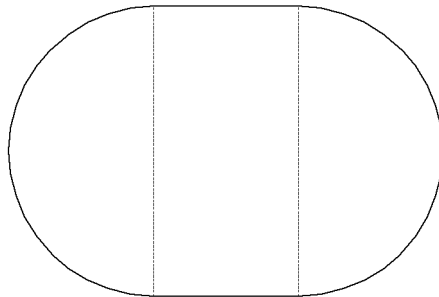
PROBLEMES

5. Considereu la funció $f(x) = \frac{x^3}{30} - 15x^2 + 2500$.

- a) Calculeu l'equació de la recta tangent en el punt d'abscissa $x = 0$.
- b) En quin punt de la corba és mínim el pendent de la recta tangent? Quin és el valor del pendent mínim?

Puntuació: apartat a) 1,5 punts; apartat b) 2,5 punts. Total: 4 punts.

6. Es vol construir una piscina que tingui per base un rectangle i dos semicercles adjunts tal com s'indica a la figura següent:



Sabent que el perímetre de la piscina ha de ser de 30 m, calculeu les seves dimensions per tal que la superfície sigui màxima.

Puntuació del plantejament: 2 punts; de la resolució: 2 punts. Total: 4 punts.